

The background features a collection of large, stylized, colorful shapes and numbers. There are red, yellow, and light blue elements scattered across the top and sides. In the center, two large, dark blue circles with white centers are prominent. Below them, a light blue shape resembling a stylized '3' or '8' is visible. The overall aesthetic is modern and geometric.

Volwassenen rekenen: de didactiek van gecijferdheid

Monica Wijers en Vincent Jonker

Dit artikel maakt deel uit van een reeks artikelen over *Leren in de educatie, Lesgeven, begeleiden en faciliteren*. Deze reeks is bestemd voor iedereen die betrokken is bij de volwasseneneducatie, bijvoorbeeld docenten, beleidsmakers, onderzoekers en vrijwilligers. De verschillende artikelen geven informatie over de relevante thema's binnen de volwasseneneducatie, beschrijven de richting waarin de visie hierop zich ontwikkelt en leveren verhelderende voorbeelden.

Monica Wijers

Monica Wijers werkt bij de Universiteit Utrecht. Zij is actief op het gebied van de didactiek van rekenen en wiskunde voor verschillende doelgroepen. Zij leidt docenten op, ontwerpt les- en scholingsmateriaal en doet onderzoek.

Vincent Jonker

Vincent Jonker werkt bij de Universiteit Utrecht. Zijn werk bestaat uit onderzoek, nascholing en ontwikkeling op het gebied van rekenen en wiskunde, vooral voor po, vmbo, mbo en ve).

Volwassenen rekenen: de didactiek van gecijferdheid

Gecijferdheid is meer dan iets uit kunnen rekenen. In dit artikel leggen Monica Wijers en Vincent Jonker uit wat het verschil is. Zij presenteren een stappenplan, een vast stramien waarmee eenvoudiger en complexere gecijferdheidsvraagstukken aangepakt kunnen worden. Zij verhelderen de didactiek met voorbeelden uit verschillende rekendomeinen en leggen een relatie met de Standaarden en eindtermen rekenen ve.

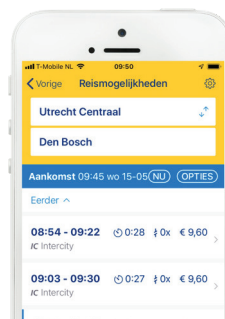
De basisprincipes voor het lesgeven aan volwassenen liggen ook ten grondslag aan de didactiek voor gecijferdheid.

Zie hiervoor in deze reeks: *Ella Bohnenn, Lesgeven in basisvaardigheden: 10 pijlers*.

Volwassenen rekenen: de didactiek van gecijferdheid

Vandaag geef ik een cursus rekenen. We beginnen om 10 uur. Ik wil er wat eerder zijn, zodat ik mijn spullen klaar kan zetten. We zitten in Den Bosch en ik kom uit Utrecht. Wat zou handig zijn: trein of auto? Waar zitten we eigenlijk? Is dat op loopafstand van het station? Hoe lang doe ik erover en hoe laat moet ik dan weg? Even op internet kijken in Google Maps, op de site van de NS en op de routeplanner van de ANWB voor de files... Misschien ook nog even nadenken over de kosten.... — **DOCENT NT 1**

Een situatie zoals deze zal voor veel volwassenen herkenbaar zijn: hoe laat moet je weg om ergens op tijd aan te komen? Dat kan gaan om werk, maar ook om een afspraak bij de dokter of op tijd zijn bij de bushalte. Je zoekt informatie over de route, afstand en reistijd, vergelijkt verschillende mogelijkheden en rekent schattend met tijd. Dit is een voorbeeld van rekenen in het dagelijks leven. Als je aan dezelfde volwassene vraagt wat rekenen is, zal er een heel ander beeld naar voren komen. Meestal is dat het beeld van het schoolse rekenen met rijtjes sommen, de tafels van vermenigvuldiging, breuken, staartdelingen. Hierbij worden vooral de dingen genoemd die iemand moeilijk vindt en 'nooit heeft begrepen en gekund'. Dit beeld van rekenen is voor veel mensen ook omgeven met angst en weerzin en het gevoel 'dom' te zijn.



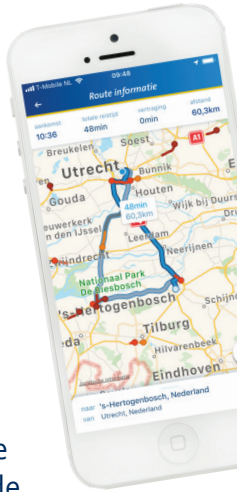
Rekenen en gecijferdheid

Hierboven zijn twee beelden geschetst van rekenen: het schoolse rekenen en het functionele rekenen. Het functionele rekenen in de dagelijks context wordt ook wel gecijferdheid genoemd. Gecijferdheid is ruimer dan 'iets kunnen uitrekenen'. Als je gecijferd bent, kun je omgaan met de kwantitatieve kant van je omgeving. Je kunt je redden in (probleem)situaties waarbij je betekenis geeft aan getallen en ermee werkt: met verhoudingen zoals procenten, met maten waaronder tijd en geld, met tabellen en grafieken en met meetkundige afbeeldingen zoals kaarten en plattegronden. Het begrip gecijferdheid komt overeen met het begrip geletterdheid (functionele taalvaardigheid).

De OESO geeft de volgende internationale definitie voor gecijferdheid¹:

Numeracy is accessing, using and reasoning critically with mathematical content, information and ideas represented in multiple ways in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life.

In de volwasseneneducatie gaat in de eerste plaats om gecijferdheid en minder om het schoolse rekenen. Gecijferdheid is nodig om



zelfstandig in de maatschappij te kunnen functioneren. Het houdt in dat je kunt nadenken over wat je moet doen en hoe je een probleem aanpakt. Als je bijvoorbeeld wilt weten of je de huur van een nieuwe woning kunt betalen, dan gaat erom dat je kunt bedenken welke informatie je nodig hebt: gaat het om kale huur, zijn er nog extra kosten? Kan ik misschien huurtoeslag krijgen? Waar hangt dat van af? Als je deze informatie hebt, kun je bedenken wat je er verder mee moet doen: is precies uitrekenen nodig of is schatten voldoende? Kan ik nu al een beslissing nemen of spelen er nog meer zaken mee?

Hoe leren volwassenen rekenen?

Rekenen leer je in de eerste plaats op de basisschool: daar wordt de basis gelegd. Daarna en daarnaast leren mensen om hun rekenkennis en -vaardigheden te gebruiken in de praktijk van de dagelijkse context waarin zij functioneren. Niet iedere volwassene heeft goede herinneringen aan zijn schooltijd. Het zelfvertrouwen heeft er soms een grote deuk opgelopen en voor rekenen is angst ontstaan. Deze rekenangst, soms in combinatie met schaamte, kan de verdere ontwikkeling van het rekenen geblokkeerd hebben. Daarbij zit het ook het beeld van het schoolse rekenen in de weg: een geheel van onbegrijpelijke, moeilijke regels, die je moet onthouden en waarover je zelf niet mag nadenken. In de praktijk betekent dit dat mensen met rekenangst situaties waarin getallen, maten en verbanden een rol spelen en waarin gerekend moet worden, uit de weg gaan. Ze kunnen dan in de problemen komen als het over geldzaken gaat (budgetteren, lenen, digitaal bankieren) of bij het slikken van medicijnen (omgaan met tijd en hoeveelheden). Ze hebben vaak moeite met plannen (afspraak maken, tijd, informatie aflezen,

roosters invullen) of de weg vinden (openbaar vervoer, plattegronden) en kunnen hun kinderen niet helpen bij het rekenhuiswerk. De verschillen tussen mensen zijn hierbij groot.

Wanneer je in gesprek gaat met een volwassene en het rekenen koppelt aan herkenbare dagelijkse situaties, blijkt in veel gevallen dat er wel degelijk een basis voor het rekenen is. Veel volwassen deelnemers kunnen bijvoorbeeld geldbedragen uitspreken en deze ook neerleggen in munten en biljetten; ze kunnen kleine aantallen of bedragen verdubbelen en soms ook halveren. Ze kennen hun eigen lichaamslengte en kunnen die gebruiken om de hoogte van een ruimte te schatten. Ze kunnen de weg vinden in een bekende omgeving en de tijdsduur inschatten van een rit.

Bij deze activiteiten gebruiken volwassenen meestal specifieke strategieën waar ze zich vertrouwd mee voelen. Hun aanpak wordt echter niet altijd gewaardeerd in een schoolse omgeving. Een bekend voorbeeld daarvan is het rekenen op de vingers.

Het is niet vreemd dat de meeste volwassenen wel beschikken over een rekenbasis: ze functioneren immers al hun leven lang, thuis en in de maatschappij. Daar leren zij rekenen door te doen, door erover te praten, door na te doen en ook door geholpen te worden.

Het leren rekenen, of beter: de ontwikkeling van gecijferdheid, komt het best tot zijn recht als deze plaatsvindt in directe relatie met de situaties waarin de deelnemer leeft, leert en werkt en als deze aansluit op de leervragen die hij heeft. Omdat het om echte situaties gaat, staat het rekenen niet op zichzelf maar komen de

vaardigheden op het gebied van gecijferdheid (rekenen), geletterdheid (taal) en ict-gebruik geïntegreerd aan bod. In de alledaagse werkelijkheid is er altijd sprake van taal en in het omgaan met informatieve teksten zoals schema's, tabellen, diagrammen, instructies en formulieren raken taal en rekenen elkaar ook op de inhoud.

Didactiek van gecijferdheid

Het werken aan gecijferdheid vanuit echte situaties met volwassen leeders vraagt om een passende didactiek. Het uitgangspunt hierbij is vraaggericht in plaats van aanbodgericht onderwijzen en begeleiden.

Leervraag

Het is belangrijk aan te sluiten bij de leervraag van de deelnemer, maar wat is die leervraag precies? Niet elke deelnemer heeft een heldere leervraag, zeker niet als het om gecijferdheid gaat. De vragen zien er vaak anders uit: Ik wil graag een keer op reis, maar ik snap niet hoe je de weg kunt vinden op Schiphol. Of: Ik ben uitgenodigd door een oude vriendin, maar ik weet niet hoe ik daar met de bus moet komen. Of: Ik moet 3 keer per dag mijn medicijnen nemen en dit dan gelijk verdelen over de dag. Maar hoe moet dat dan? Of: ik wil graag verhuizen, maar dan is mijn huur hoger en ik weet niet of ik dan nog uitkom met mijn geld.

Bij dit soort vragen is een open blik van de docent/begeleider nodig en het bewustzijn dat het hierbij om gecijferdheid kan gaan. Het is goed om te proberen dit in een gesprek samen helder te krijgen.

Omdat het beeld van schools rekenen bij veel volwassenen overheerst, heeft een rekenleervraag vaak betrekking op het schoolse rekenen in zijn algemeenheid (ik wil leren rekenen) en niet op een specifiek gebied van het rekenen.

Marja heeft naar eigen zeggen niet iets speciaals dat ze verder wil ontwikkelen. Ze wil 'gewoon beter en makkelijker kunnen rekenen'. Klok, hoeveelheden ingrediënten afwegen en klaarzetten gaan goed. Dat klokkijken en koken ook rekenen zijn, had ze nooit zo bekeken: voor haar is rekenen sommetjes maken. Dat doet ze ook graag. Toch was ze was direct enthousiast om eens vanuit haar eigen situatie aan de slag te gaan. Ze gaf aan dat ze in de praktijk veel tijd en pen en papier nodig heeft om iets uit te rekenen en in winkels of tijdens gesprekken heeft ze dat niet.

Het is in zo'n situatie belangrijk om in gesprek te gaan en erachter te komen waar die algemene vraag vandaan komt: Wat stelt Marja zich voor bij rekenen? Waarom wil ze dit 'beter en makkelijker' kunnen? Is dat vooral om iets te kunnen wat ze vroeger nooit heeft gekund? Of om haar kinderen te helpen met huiswerk? Of zijn er situaties waarin dit voor haar ook een praktisch nut heeft? Met Marja ligt het voor de hand om aan de slag te gaan met winkelen. Dit kan bijvoorbeeld aan de hand van folders, de website van een winkel of advertenties in de krant. Daarbij krijgt geld natuurlijk aandacht en misschien ook werken met aantallen en hoeveelheden (inhoud, gewicht, maten etc.). Het gaat hier om een rijke situatie waarbinnen veel aspecten van gecijferdheid (geïntegreerd met andere vaardigheden) aandacht kunnen krijgen.

Rekenniveaus

De Standaarden en eindtermen ve (volwasseneneducatie)² zijn voor rekenen uitgewerkt in vier domeinen: getallen, verhoudingen, meten & meetkunde, verbanden en op drie niveaus: Instroom, 1F en 2F. Kort gezegd hebben de niveaus de volgende kenmerken .

In de bijbehorende Handreiking Rekenen ve³ zijn de standaarden en eindtermen verwerkt tot zeven leerlijnen met een globale beschrijving van de voortgang die leerders kunnen maken. Hierbij zijn twee tussenniveaus toegevoegd: tussen Instroom en 1F en tussen 1F en 2F.

Kenmerken

	Context	Hulp nodig
Instroom	vertrouwd	veel
1F	herkenbaar	beperkt
2F	voorstelbaar	geen

De werkelijkheid laat zich niet zo duidelijk indelen in niveaus (en in domeinen). Dat betekent dat de meeste werkelijkheidssituaties (contexten) aangepast kunnen worden, zodat ze aansluiten bij het niveau van de leerder. Dat kan bijvoorbeeld bij voorbeeld 1 door de vraag te beperken tot het berekenen van de totale kosten voor twee jaar van één telefoonabonnement. Het niveau is dan geen 2F maar 1F. Als je daarbij ook nog kiest voor het abonnement van de leerder zelf en hulp biedt door bijvoorbeeld in samenspraak de bedragen af te ronden, kun je komen tot een vraag en oplossing op niveau Instroom.

Bron: Succes! Rekenen, Gezond leven.⁴

Stappenplan en voorbeelden

De didactische aanpak voor het ontwikkelen van gecijferdheid wordt uitgelegd aan de hand van een viertal voorbeelden. Deze staan in de volgende paragrafen. Deze voorbeelden zijn zo gekozen dat ze de zicht geven op de inhouden uit verschillende reken-domeinen en leerlijnen zoals die in de Standaarden en eindtermen Rekenen ve zijn beschreven.

De voorbeelden zijn uitgewerkt volgens een vast stramien waarbij de stappen die iemand moet zetten om een probleem binnen die situatie aan te pakken, leidend zijn. In afbeelding 1 worden de 5 stappen kort toegelicht.

Stappenschema voor probleemaanpak

Stap 1 Waar gaat het over? De eerste stap is het beschrijven van het probleem.

Stap 2 Wat staat er precies? Is de informatie duidelijk? Zijn alle woorden, plaatjes, symbolen en afkortingen bekend en duidelijk?

Stap 3 Wat wil je weten? Wat wil je berekenen?

Stap 4 Hoe pak je het aan? Op welke manier ga je rekenen, schatten, meten, aflezen...?

Stap 5 Wat is het resultaat? Wat is de uitkomst van Stap 4? Heb je een oplossing voor het probleem?



Afbeelding 1 Stappenschema voor probleemaanpak

Voorbeeld 1: Welk telefoonabonnement? - Getallen en verhoudingen

Abonnement 1		Abonnement 2	
Maandelijkse kosten		My PHONE PLUS 6S PLUS 32 GB	
Abonnement: Basis Sim		SMART PHONE i.c.m. 2-jarig abonnement 2000 MB/minuten/sms	
Startabonnement 24 mnd	€ 0,00	20,- PER MAAND	
+ 50 minuten	€ 5,00		
24 mnd korting	- € 1,05		
Totaal per maand	€ 3,95		
Enmalige aansluitkosten (op eerste factuur)	€ 14,95		

De 5 stappen

Stap 1

Waar gaat het over? Een of meer aanbieding(en) voor een telefoonabonnement

Stap 2

Wat staat er precies? Teksten met veel afkortingen en symbolen.

Abonnement 1

- Het is een soort 'kassabon' met bedragen. Het totaal per maand staat groot gedrukt.
- Lastige woorden: sim, (start)abonnement, eenmalig, per
- Afkortingen en symbolen: mnd +, -

Abonnement 2

- Merk en type zijn groot gedrukt en ook het bedrag 20,- valt op.
- Er zijn kleinere lettertjes, onder andere: 'i.c.m. tweejarig abonnement en per maand (soms ook p/m)'.
- In de tekst zitten afkortingen en symbolen (S, GB, i.c.m, MB, /).

Stap 3

Wat wil je weten? Wat krijg je precies als je op deze aanbiedingen ingaat? En wat kost dat dan in totaal? Wat is voordelig?

Stap 4

Hoe pak je dat aan? (Hoe reken je het uit?) Eerst maar eens de kosten voor de hele periode berekenen:

Abonnement 1

- Tweejarig abonnement zonder telefoon, dat kost: 24 maanden lang €3,95 plus eenmalig €14,95.
- Je kunt de bedragen rond maken, (€4,- en €15) dan kun je schattend rekenen. Natuurlijk kun je ook de rekenmachine gebruiken.

Abonnement 2

- Het is een tweejarig abonnement met toestel. In die twee jaar betaal je 24 maanden lang €20.

Stap 5

Wat is het resultaat? (Heb je nu een antwoord?) Weet je nu alles? Kun je vergelijken?

- Een belangrijke vaardigheid is bepalen of jouw antwoord klopt bij de situatie en de vraag.

Veel volwassenen zullen deze situatie herkennen: Wil je een telefoonabonnement aanschaffen? Welke mogelijkheden zijn er dan? Met of zonder toestel? Wat is betaalbaar en voordelig? Dit is een complex vraagstuk waarbij verschillende vaardigheden gecombineerd worden: teksten lezen, getallen interpreteren, op internet zoeken, prijzen vergelijken.

In een educatieve setting kun je de situatie vereenvoudigen door deze bijvoorbeeld op te delen in kleinere onderdelen. Het rekenen heeft betrekking op de onderwerpen getallen (geld), maten (GB, MB, jaren en maanden) en verhoudingen (per).

Bij stap 1 en 2

Je gaat in gesprek en je vraagt door wat de deelnemer weet over de situatie, de gebruikte (reken)taal, afkortingen en symbolen.

Bij stap 3

Probeer in samenspraak met de deelnemer de (reken)vraag specifiek en 'behapbaar' te maken. In dit voorbeeld gaat het om de vraag: wat zijn de totale kosten van een abonnement?

Bij stap 4

In deze stap gaat het om het uitvoeren van het rekenwerk. Dat kan

op verschillende manieren en niveaus van handelen. In dit voorbeeld komt dat neer op het berekenen van de kosten over 24 maanden. Op een formeel niveau reken je dan de som $24 \times 3,95$ (bovenste aanbieding) of 24×20 (onderste aanbieding) uit. Veel volwassenen zullen op dit formele niveau van rekenen weinig repertoire hebben. Soms zijn er nog enkele herinneringen aan niet begrepen regels. Daarbij horen uitspraken als: 'dat heb ik nooit gesnapt', 'er was een manier, maar die ben ik vergeten' of 'er was iets met komma's onder elkaar'.

Voor de eerste berekening, $24 \times 3,95$, ligt het gebruik van een rekenmachine voor de hand. Je moet daarvoor wel eerst schatten. Door te schatten bepaal je de orde van grootte, zodat je het antwoord op het scherm kunt controleren. Wat kan het antwoord ongeveer zijn? Meer of minder dan 100 euro? Om schatten mogelijk te maken vereenvoudig je de getallen en gebruik je bijvoorbeeld 24×4 wat je kunt berekenen vanuit 12×4 en dan verdubbelen of je gebruikt 25×4 wat hetzelfde is als 4×25 . Ook dit kan voor sommige deelnemers nog een stap te ver zijn.

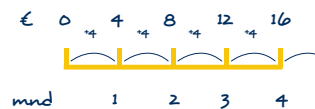
Je kunt het probleem 'hoeveel betaal je in totaal in 2 jaar (24 maanden)' ook op een concreet niveau oplossen. Je maakt er dan niet meteen een 'sometje' van, maar je blijft in de situatie. Je zou bijvoorbeeld de bedragen kunnen neerleggen met (speel)geld. Elke maand betaal je hetzelfde bedrag (€20,- of €3,95 of €4). Je telt het geld voor alle maanden bij elkaar. Bij het neerleggen en optellen gaan sommige deelnemers al een systeem zien, waardoor het rekenwerk verkort kan worden.

Tussen formeel 'de som uitrekenen' en concreet 'bedragen neerleggen' zit een heel scala aan oplossingen die mensen vaak al spontaan kiezen: even een tekeningetje of een schema maken; een tussenberekening maken op een kladje; even wat proberen, etc...

In de rekendidactiek voor volwassenen zitten in dit scala van oplossingen de meeste kansen om de ontwikkeling van gecijferdheid te stimuleren. Het is belangrijk dat de leeders strategieën ontwikkelen die betekenis hebben binnen de gegeven situatie in plaats van dat het onbegrepen regels zijn. Op die manier is er minder kans op vergeten. Bekijk de twee voorbeelden van strategieën die zitten tussen het concrete en het meest formele niveau (tabel 1).

Tabel 1 – Scala van oplossingen

Manier 1: doortellen	Manier 2: gebruiken van ankerpunten
1 maand €4 2 maanden €8 3 maanden €12 Etc.	1 maand kost €4 10 maanden kost €40 (10 x als ankerpunt) 20 maanden kost €80 (verdubbelen) Nu nog 4 maanden erbij 2 maanden kost €8 4 maanden kost €16 24 maanden €80 + €16 = €96
Deze manier kan ondersteund worden met een getallenlijn, waarop je rekent met sprongen van 4. Vaak zal de berekening spontaan worden ingekort door stappen samen te nemen, bijvoorbeeld in een keer 10 sprongen van 4 te maken.	Deze manier kan worden ondersteund met een verhoudingstabel.



Je ziet hoe je het uitrekenen van '4 maanden lang steeds €4 betalen' kunt ondersteunen met een tabel of een getallenlijn. Met deze strategieën blijft de situatie zichtbaar en worden de berekeningen ondersteund met zogenaamde rekenmodellen.

Bij stap 5

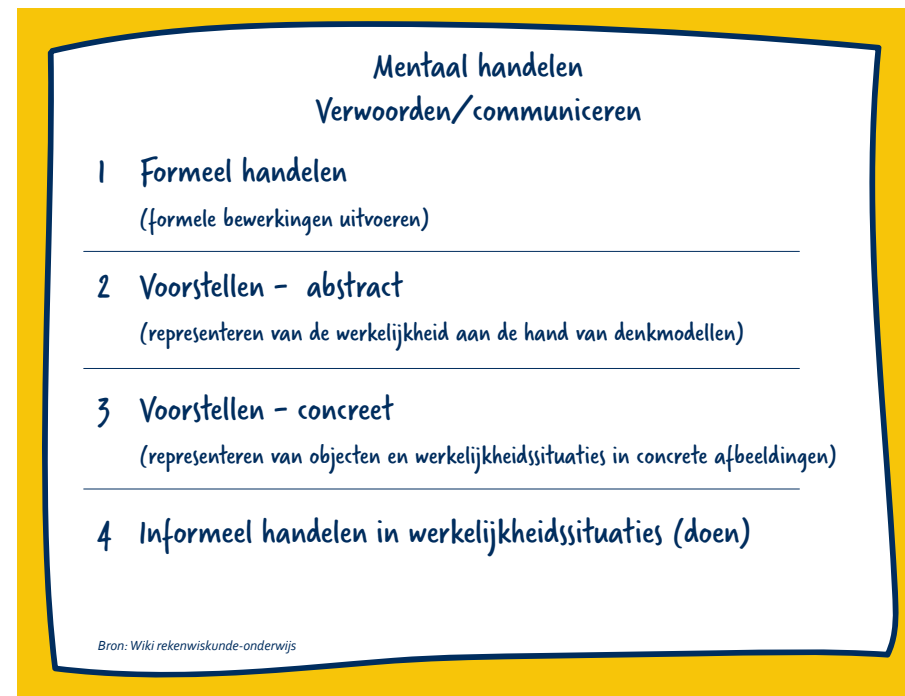
In deze laatste stap kijk je met de deelnemer terug naar het probleem en ga je na of je het gewenste antwoord hebt gevonden. In dit voorbeeld is het resultaat (€96) nog niet het antwoord op de vraag naar de totale kosten van de bovenste aanbieding. Ten eerste is het een schatting en ten tweede moeten de eenmalige kosten (€14,95) er nog bij worden opgeteld.

Om tot het exacte antwoord te komen (als dat wenselijk of nodig is) ligt het voor de hand om de rekenmachine te gebruiken. Je moet eerst $24 \times 3,95$ berekenen en nagaan of dit inderdaad in de buurt van €96,- ligt. Daarna tel je er €14,95 bij op. Het is belangrijk om na te gaan of de deelnemer in staat is om deze berekeningen correct uit te voeren op een rekenmachine (hoe type je 3,95 in?) en ook om het resultaat op het scherm goed te interpreteren: er staat immers geen euroteken meer voor.

Een alternatief voor het gebruik van de rekenmachine is bedenken dat je door het afronden van €3,95 naar €4 elke maand 5 cent te veel hebt gerekend. Dus het bedrag dat je uiteindelijk betaalt, is 24×5 cent minder. Dit vraagt om een extra berekening (24×5 cent), die op een vergelijkbare manier als 24×4 kan worden uitgevoerd. Het stapelen van berekeningen is echter voor zwakkere rekenaars moeilijk te overzien.

Een didactisch model

In stap 4 heb je gezien dat je berekeningen op heel verschillende manieren kunt maken en kunt ondersteunen: van concreet handelen in de situatie tot een aanpak met een geformaliseerde berekening, met daartussen strategieën die gebruik maken van visualisaties in tekeningen en schema's als denkmodellen. Deze niveaus van handelen worden weergegeven in afbeelding 2.



Afbeelding 2 Handlingsmodel

Zie onderstaande afbeeldingen voor deze niveaus aan hand van de vraag: *Hoeveel bekertjes van 250 ml kun je vullen uit een pak melk van 1,5 liter?*

Formeel handelen

1,5 liter = 1500 ml

$1500 : 250 = 6$ dus 6 bekertjes uit 1,5 liter

Voorstellen abstract

1,5 liter					
1 liter			0,5 liter		
250 ml	250 ml	250 ml	250 ml	250 ml	250 ml

Voorstellen concreet



Informeel concreet handelen

1 pak melk van 1,5 liter leegschenken in bekertjes van 250 ml en tellen hoeveel volle bekertjes je hebt.

Voorbeeld 2 - Welke yoghurt zal ik eten? (verhoudingen en maten)

Griekse Yoghurt(Yoertie)

productnaam	griekse yoghurt
eenheid	100gr
Kcal	83 kcal
kJoule	345
eiwit	4,5 gr
koolhydraten	5,0 gr
vet	5,0 gr
voedingsvezel	0,0 gr
natrium	-mg
productgroep	zuivel

Yoghurt van Boer Bart

productnaam	halfvolle yoghurt
eenheid	250gr
Kcal	217,5 kcal
kJoule	920
eiwit	10,5 gr
koolhydraten	33,8 gr
vet	3,8 gr
voedingsvezel	- gr
natrium	0,2375 mg
productgroep	zuivel

Bron: *Succes! Rekenen, Gezond leven.*⁴

Stap 1

Dit voorbeeld gaat over voeding en meer specifiek over het kiezen van producten waarbij je let op de voedingswaarde. Dat kan bijvoorbeeld zijn omdat je gezonder wil gaan eten. In het voorbeeld kun je twee soorten yoghurt vergelijken aan de hand van de informatie op de verpakking. De prijs is hier buiten beschouwing gelaten. In de werkelijkheid zal die natuurlijk vaak worden meegewogen bij de keuze.

Stap 2

De informatie op de verpakkingen bevat vaktermen, afkortingen,

getallen en maten (eenheden). In het gesprek bij deze stap kun je deze langslopen en bespreken: wat betekent gr? Wat kcal en kjoule? Wat is mg? Hoeveel is 250 gram waar kun je dat mee vergelijken? Hoe kan een verpakking van 250 gram eruitzien? Wat is 33,8 voor soort getal?

Stap 3

Waarschijnlijk is niet alle informatie voor de deelnemer even belangrijk. Je kunt hier vragen: waar let jij op? De hoeveelheid eiwit? Vet? Kcal? Iets anders? Met dit aandachtspunt of die leervraag ga je dan stap 4 in. In dit voorbeeld is de vraag: welke yoghurt levert de minste kcal?

Stap 4

Het is een belangrijk inzicht dat je het antwoord op die vraag niet direct kunt aflezen: de hoeveelheden yoghurt zijn immers niet gelijk. De vraag is dus een verhoudingsprobleem. Om de kcal in de twee soorten yoghurt te kunnen vergelijken moet je dezelfde hoeveelheid yoghurt (in gram) van beide soorten gebruiken. Dit is een complex vraagstuk op niveau 2F, het hoogste niveau dat voor rekenen is beschreven in de Standaarden en eindtermen ve. Het is 2F omdat je de relevante informatie eerst moet selecteren: je moet inzien dat de hoeveelheden gelijk moeten worden gemaakt, dat het rekenwerk meerdere stappen heeft en de getallen 'niet mooi' zijn.

Er zijn verschillende manieren om de hoeveelheden gelijk te maken. Op het meest concrete (informele) niveau zou je van elke soort yoghurt net zoveel verpakkingen neer kunnen zetten tot je van beide soorten evenveel hebt. Daarna kun je het totaal aantal kcal bere-

kenen door op te tellen of te vermenigvuldigen.

Op de twee middelste niveaus in het handelingsmodel geef je de situatie weer in een 'levensechte' tekening (voorstellen concreet) of in een wat meer geabstraheerde schematische vorm bijvoorbeeld met één of meer stroken (voorstellen abstract).

Op het meest formele niveau zet je de situatie direct om in een berekening, een som. Ook dat kan op verschillende manieren: zie afbeelding 3 'Kcal in yoghurt' op bladzijde 13.

Stap 5

Ga samen na of de vraag nu is beantwoord. Je vergelijkt de hoeveelheid kcal van dezelfde hoeveelheid yoghurt en trekt een conclusie, zoals in afbeelding 3 te zien is.

NB: In dit voorbeeld moet je in stap 4 precies rekenen. Het kan ook schattend door te werken met afgeronde getallen (80 of 85 kcal per 100 gram). Met 80 kcal is het rekenen eenvoudiger, maar kom je lager uit dan de werkelijke waarde. Als je rekent met 85 kcal per 100 gram is het rekenwerk lastiger (kan natuurlijk wel met de rekenmachine gedaan worden) en kom je hoger uit dan het exacte antwoord. Neem dit soort overwegingen ook mee in het gesprek met de deelnemer als je deze aanpak kiest.

Kcal in yoghurt

Nadia
Even kijken...bij halfvolle yoghurt is het 217,5 kcal in 250 gram en de Griekse Yoghurt heeft 83 kcal in 100 gram.
Om te vergelijken reken ik uit hoeveel in 500 gram zit.
Het maakt niet zoveel uit, maar de halfvolle is iets meer.

Bert
Ik moet de hoeveelheden gelijkmaken om te kunnen vergelijken.
Dat doe ik zo: De Griekse Yoghurt heeft 83 kcal in 100 gram.
Daar maak ik 250 gram van, net als bij de halfvolle. Even rekenen....
Dus de Griekse Yoghurt heeft een beetje minder kcal.

500 g halfvol
2 x 217,5 kcal =
435 kcal
500 grieks
5 x 83 = 415 kcal

83 + 83 = 166
83 : 2 = 41,5
samen: 207,5

Bron: succes! Rekenen, Gezond leven.

Afbeelding 3 'Kcal in yoghurt'

Voorbeeld 3 - korting - procenten (verhoudingen)



JAS MET WIKKELKRAAG

69,99 EUR

40% KORTING

In deze situatie gaat het om korting in procenten. Zo'n situatie komt veel voor.

Stap 1

In het gesprek over de situatie kan ter sprake komen dat de kassa de nieuwe prijs voor je uitrekent. Omdat je moet beslissen of de jas nu wel of niet binnen je budget past, is het toch handig om zelf vooraf al een schatting te kunnen maken van de nieuwe prijs. Dit is

een probleem op niveau 1F.⁵ Als je de prijs eenvoudiger maakt en de korting verandert in 50%, is het een probleem op niveau Instroom.

Stap 2

Als antwoord op de vraag 'wat staat er precies?' kunnen woorden als korting, de notatie van het bedrag (EUR) en de relatie tussen de term korting en 40% besproken worden.

Stap 3

De vraag bij stap 3 is: wat is ongeveer de prijs van deze jas met korting? Omdat je 'ongeveer' rekent, gebruik je €70,- als oorspronkelijke prijs van de jas.

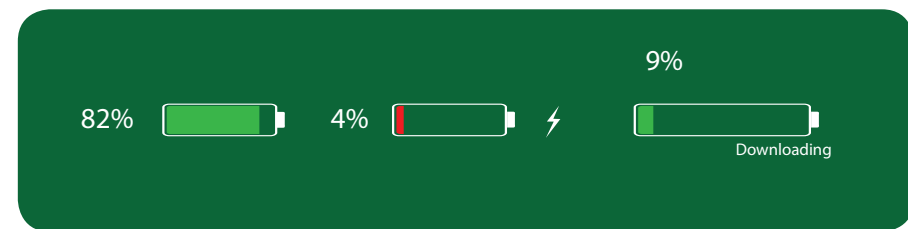
Om deze vraag te beantwoorden is er al wel enige voorkennis nodig, onder andere:

- Weten dat procenten 'relatief' zijn: het gaat bij procenten steeds om 'een deel van'. Een vraag om dit ter sprake te brengen is: Waarom gebruik je procenten bij korting? Kun je niet gewoon zeggen €40 euro korting op alles? Wat is het verschil? Wat heb je liever? En waar ligt dat aan?
- Weten dat het totaal waar je vanuit gaat, vaak op 100% is gesteld. Dan is 50% de helft en 25% een kwart (4 gelijke delen) en 10% is 1/10 deel.
- Rekentaal en de begrippen rond procenten kennen en kunnen gebruiken: procent, percentage, %, deel van (breuk), helft, kwart, een tiende deel (1/10), delen (door 2, 4, 10).

Stap 4

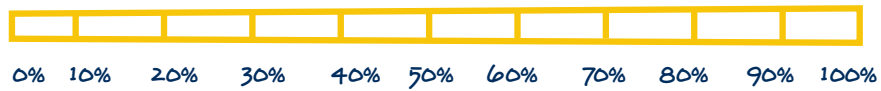
Bij het rekenen met procenten is concreet handelen in de werkelijkheid niet mogelijk.

Percentage is zelf al een abstract begrip. Dat betekent dat je bij procentrekenen al snel terecht komt in het handelingsniveau van abstract voorstellen. Je ziet procenten soms in het batterijtje op je telefoon of laptop of als je iets downloadt weergegeven in een 'strook' (zie afbeelding 4).



Afbeelding 4 Batterij opladen en downloaden

Deze visualisaties staan model voor de procentenstrook (afbeelding 5) die in de didactiek bij procenten vaak gebruikt wordt. Daarnaast kun je ook de verhoudingstabel, dit is een rekenmodel. Beide modellen zijn breed inzetbaar in het domein verhoudingen, mits je ze zorgvuldig introduceert.



Afbeelding 5 Procentenstrook

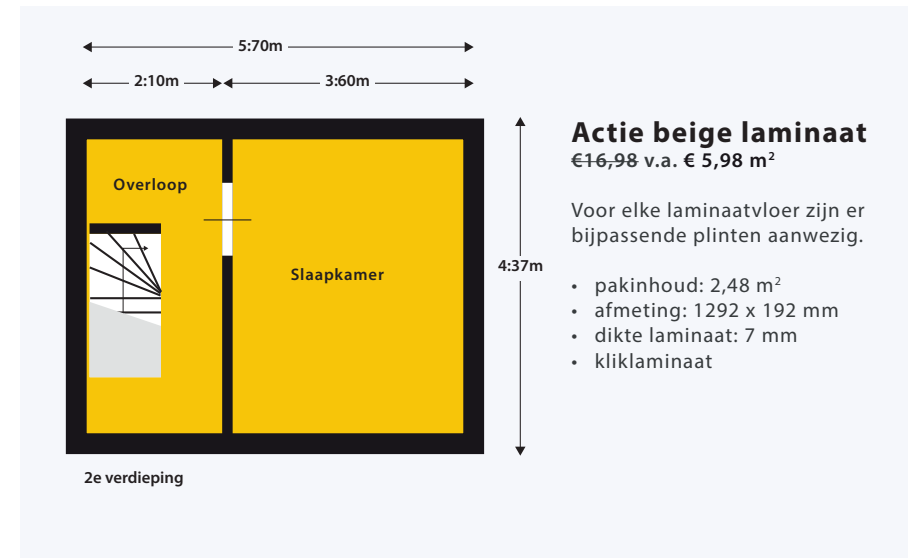
Op de strook is zichtbaar dat 40% minder is dan de helft. Op niveau Instroom zou hiermee de vraag beantwoord zijn of de korting meer of minder is dan de helft. Je kunt dan met behulp van een strook (ook op niveau Instroom) bepalen dat je minder dan €35 korting krijgt en dus meer dan €35 betaalt. Als je ook nog wilt uitrekenen hoeveel die korting dan precies is en hoeveel je dan nog voor de jas moet betalen, wordt het een vraag op niveau 1F. Daarbij reken je met behulp van de strook of verhoudingstabel via 10% van €70 de korting van 40% ($4 \times 10\%$) uit en bepaal je vervolgens de prijs.

Stap 5

Je gaat na of de vraag is beantwoord.

Op niveau 2F kunnen complexere vragen op het gebied van procenten voorkomen. De getallen (prijzen) en percentages zijn bijvoorbeeld lastiger en er zijn meer rekenstappen nodig als je bijvoorbeeld de verkoopprijs wil berekenen als er nog 10% extra kassakorting wordt gegeven. Ten slotte zitten ook vraagstukken waarbij een percentage moet worden bepaald meestal op niveau 2F. Daarbij kun je denken aan vragen als: 'van €70 nu voor €50. Hoeveel % is de korting?' En: 'Met 30% korting betaal ik €35 voor deze jas. Hoeveel kostte de jas eerst?'.

Voorbeeld 4 - Hoeveel laminaat? - meten (oppervlakte) en meetkunde (plattegrond)



Afbeelding 6 Plattegrond

Dit voorbeeld heeft betrekking op het domein Meten & Meetkunde.

Stap 1

De situatie waar het om gaat, is bepalen hoeveel laminaat je nodig hebt voor een bepaalde ruimte. Op afbeelding 6 zie je een plattegrond. Je kunt ook een echte ruimte eerst opmeten en daar eventueel een schetsje en vervolgens de berekeningen van maken. Dit moet in het gesprek over de situatie zeker aan bod komen.

Dit voorbeeld leent zich heel goed voor concrete meetactiviteiten: gebruik de ruimte waarin je op dat moment met de deelnemer bent als voorbeeld: meet deze op of schat de afmetingen. Dat kan zowel in stap 1 als in stap 4.

Stap 2

Je richt je met name op de informatie over het laminaat: p.m² en 2,48 m², mm en op woorden zoals pakinhoud, afmeting, dikte en het begrip oppervlakte gekoppeld aan vierkante meter (m²).

Stap 3

De centrale vraag is: Hoeveel pakken laminaat heb je nodig voor deze slaapkamer (of: de ruimte waar we nu zijn)?

Stap 4

De deelnemer voert het rekenwerk uit: daarbij bepaalt hij ongeveer of precies (afhankelijk van het niveau dat hij aankan) de oppervlakte van de kamer. Dit voorbeeld gaat nooit om Instroomniveau omdat je werkt met vierkante meters (een abstract, formeel begrip). Op Instroom zou wel een situatie passen met een rechthoekige kamer of terras waarop tegels komen. Die tegels kun je dan laten neerleggen en tellen (concreet handelen). Op niveau 1F kun je die ruimte schetsen (met de maten erbij) en daarin een rooster (hokjes) tekenen van 1 m bij 1 m of van 50 cm bij 50 cm (voorstellen abstract – want verkleind). Hiermee kan de oppervlakte worden geschat (wat meestal goed genoeg is). Op niveau 2F houd je de maten zoals ze zijn en reken je exact, waarbij je dan voor het vervolg (hoeveel pakken laminaat koop je) zelf moet bedenken wat een verstandige afronding is.

Met een schets (1F) uit op een oppervlakte van ongeveer 15 vierkante meter. Met 6 pakken laminaat van (afgerond) 2,5 m² zou je dan precies 15 m² kunnen volleggen.

Stap 5

In deze stap betrek je daar de werkelijkheid weer bij: 'we hebben afgerond dus het kan best iets meer dan 15m² zijn'. Bij het leggen van laminaat moet je soms ook planken in stukken zagen en kun je niet alle stukjes gebruiken, bovendien kun je vaak dichte pakken weer terugbrengen (kennis van de werkelijkheid), dus je kunt beter 7 of 8 pakken kopen. Om het helemaal precies te weten kun je ook de rekenhulp op de website van een bouwmarkt gebruiken! Ook dat is kennis die hoort bij gecijferdheid.

Samenvattend

Deze 4 voorbeelden brengen niet het hele gebied van de didactiek van gecijferdheid in beeld, maar ze belichten wel een aantal centrale uitgangspunten. Samengevat zijn deze:

- Sluit aan bij (leer)vragen uit de 'werkelijkheid' en focus daarin op het ontwikkelen van gecijferdheid.
- Neem de situaties serieus en beschouw ze van alle kanten voor je inzoomt op het rekenprobleem. Gebruik daarbij de 5 stappen.
- Sluit aan bij de aanpak en oplossingsstrategieën die de deelnemer zelf heeft. Als de deelnemer deze niet beheerst, begin dan met een aanpak op het laagst mogelijke niveau van het handelingsmodel.
- Praten over gecijferdheid en rekenen ordent het denken en maakt het denkproces zichtbaar. Laat de deelnemer dus veel praten. Dit is ook de manier om rekentaal te ontwikkelen.

Richt je met deze doelgroep zoveel mogelijk op functioneel rekenen in betekenisvolle situaties. Als een deelnemer sommen wil leren maken, ga dit dan niet uit de weg, maar probeer de som wel steeds in een betekenisvol kader te plaatsen. Ook bij het leren sommen maken is begrijpen wat je doet het uitgangspunt. Maak het rekenen voorstelbaar en tastbaar: zo kan 6×8 gaan over 6 tafels met elk 8 stoelen of over 6 vrienden die elk €8 in de pot leggen. Vertalingen naar concrete situaties geven houvast bij de aanpak: tafels met stoelen kun je neerzetten of tekenen en dan (handig) tellen, geld kun je neerleggen etc. Hierbij bieden concreet materiaal en visualisaties, schema's en modellen zoals de strook, de getallenlijn en de verhoudingstabel ondersteuning.

Noten

1. Haacke, F.; Jacobs, A.; Jonker, V.H.; Thijssen, R.; Wijers, M.M.; Stelwagen, R. (2012). Standaarden en eindtermen Rekenenve, 's Hertogenbosch: CINOP.
2. Haacke, F.; Jacobs, A.; Jonker, V.H.; Thijssen, R.; Wijers, M.M.; Stelwagen, R. (2012). Handreiking Rekenen bij Standaarden en eindtermen ve, 's Hertogenbosch: CINOP.
3. OECD (2012). Literacy, Numeracy and Problem Solving in Technology-Rich Environments: Framework for the OECD Survey of Adult Skills.
4. UU (2016). Succes Rekenen! Gezond leven, Den Haag: Stichting Lezen en Schrijven.

Verder lezen

Stelwagen, R. & Hoogland K. (2015). Het belang van rekenen en gecijferdheid in een leven lang leren, Ede: Steunpunt Basisvaardigheden. In deze brochure wordt een beeld geschetst van laaggecijferdheid, de problemen die dit met zich meebrengt, het belang van een goed onderwijsaanbod en de aanpak van functioneel rekenen met enkele voorbeelden. <http://www.steunpuntbasisvaardigheden.nl/wp-content/uploads/2016/09/Het-belang-van-rekenen-en-gecijferdheid.pdf>. Deze website is bereikbaar tot september 2019. In september wordt de link vervangen.

Wijers, M., Hoogland, K., Jonker, V. (2010). Rekenwijzer AKA, Ede: Steunpunt taal en rekenen. Deze brochure laat zien hoe met functioneel rekenen om te gaan en hoe rekenvaardigheden aangebracht en onderhouden kunnen worden in AKA-opleidingen. Dit gebeurt in de verschillende contexten waarin de student leert en werkt. Het gaat om alle domeinen van 2F. <https://www.steunpuntaalen-rekenenmbo.nl/steunpuntmbo/download/downloads/rekenwijzer-aka.pdf>.

De Moor, E. & Kool, M. (2016). Alledaags rekenen, Prometheus: Amsterdam.

Marjolein Kool en Ed de Moor kozen honderd situaties uit het leven en leggen daarmee de regels en achtergronden van het rekenen glashelder in woord én beeld uit. Op de trap, bij de koffieautomaat, onder de douche, je zult het voortaan altijd en overal ervaren... alledaags rekenen is onvermijdelijk en onallegaals boeiend.

Oonk, W., Keijzer, R., Den Engelsens, M., Lek, A., Van Waveren Hogervorst, C. en Lit, S. (2011). Rekenen-wiskunde in de praktijk. Kerninzichten, Groningen: Noordhoff.

Dit boek (doelgroep: pabo) beschrijft in 31 kerninzichten wat de belangrijkste wiskundige inzichten zijn die leerlingen in hun basisschoolloopbaan moeten verwerven. Elk kerninzicht wordt verduidelijkt met voorbeelden uit de praktijk. Het geeft daarmee inzicht in de rekendidactiek van het basisonderwijs.

COLOFON

De artikelenserie *Leren in de educatie, Lesgeven, begeleiden en faciliteren* is een initiatief van Ella Bohnenn, Ina den Hollander en Ben Vaske.

Dit artikel is mogelijk gemaakt door bijdragen van het Steunpunt Basisvaardigheden, EPALE, Elektronisch platform voor volwasseneneducatie in Europa en Stichting Expertisecentrum Oefenen.nl.

Projectgroep

Ben Vaske, Ella Bohnenn en Ina den Hollander

Auteur

Monica Wijers, medewerker onderwijsontwikkeling UU en Vincent Jonker, universitair hoofddocent UU

Eindredactie

Riet Thijssen, EPALE (CINOP)

Vormgeving

Mevrouw van Mulken

Te citeren als

Monica Wijers en Vincent Jonker: *Volwassenen rekenen: de didactiek van gecijferdheid*. Onderdeel van artikelenserie *Leren in de educatie, Lesgeven, begeleiden en faciliteren*. Onder (eind)redactie van E. Bohnenn, I. Den Hollander, R. Thijssen en B. Vaske. Den Haag: Stichting Expertisecentrum Oefenen.nl, 2019.

Door het downloaden van dit artikel gaat u akkoord met de licentievoorwaarden zoals vermeld in de Disclaimer op www.oefenen.nl.

© 2019 Stichting Expertisecentrum Oefenen.nl/Monica Wijers en Vincent Jonker

Stichting Expertisecentrum Oefenen.nl
Koninginnegracht 15
2514 AB DEN HAAG
070 762 2 762
info@oefenen.nl

